

1. Úpravy výrazov na daný tvar

- Geometricky zdôvodnite platnosť vzťahu: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, kde $a, b \in \mathbb{R}^+$, $a > b$
- a) Opravte chyby (zmeňte vždy iba jedno číslo):
 $4x^2 + 8x + 1 = (2x + 1)^2$, $9x^2 - 24x + 16 = (3x + 4)^2$
 Koľkými spôsobmi sa to dá spraviť?
 b) Zmeňte čo najmenší počet čísel tak, aby sa zo zápisu $9x^2 + 36x + 4 = (3x + 5)^2$ stala pravdivá rovnosť.
- Janko chcel odvodiť vzorec na riešenie kvadratickej rovnice $x^2 + bx + c = 0$.
 Postupoval takto:

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot x + c = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot x + \frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{2} + c = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{2} + c = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{2} - c$$

$$x + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2}{2} - c}$$

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{2} - c}$$

V odvodení však spravil chybu. Kde? Odvod'te podobným spôsobom (ale správne) vzorec na riešenie kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.
- Skúste vyjadriť pomocou výrazov $(a + b)$ a $(a \cdot b)$ výraz $(a^3 + b^3)$.
- Nájdite čísla a, b, c, d, e tak, aby $2 \cdot \frac{x^3 + x^2 + x - 1}{x^5 - x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+1} + \frac{dx + e}{x^2 + 1}$.
- Pre ktoré a, b je grafom funkcie $y = \frac{2x^3 + ax^2 - 3x - 10}{x^2 + 2x + b}$ priamka?

2. Logika I

1. V štyroch škatuľkách: červenej, modrej, zelenej a bielej sú po dve guľky. Dve z nich sú červené, dve modré, dve zelené a dve biele. Určte, akej farby sú guľky v škatuľkách, ak viete, že :
 - a) Ani jedna guľka nemá rovnakú farbu ako škatuľka, v ktorej je vložená.
 - b) V jednej škatuľke je biela a červená guľka.
 - c) V zelenej škatuľke je modrá guľka.
 - d) Jedna z guľiek v červenej škatuli má rovnakú farbu ako jedna z guľiek v bielej škatuli.
 - e) V bielej škatuľke nie je červená guľka

2. Máme 5 tvrdení :
 - a) Tvrdenie b) je pravdivé
 - b) Najviac jedno z tvrdení a) b) c) d) e) je pravdivé
 - c) Všetky tvrdenia a) b) c) d) e) sú pravdivé
 - d)
 - e)

Tvrdenia d), e) sú napísané zázračným atramentom, ktorý vidia len tí, čo nikdy neklamú. Zistite, ktoré z tvrdení a) b) c) d) e) sú pravdivé a ktoré sú nepravdivé.

3. Tu je 8 výrokov o učiteľoch :
 - a) Neexistujú neomylní učitelia.
 - b) Existujú omylní učitelia.
 - c) Každý učiteľ je omylný.
 - d) Iba omylní ľudia sú učiteľmi.
 - e) Žiaden učiteľ nie je neomylný.
 - f) Iba tí ľudia, ktorí nie sú učiteľmi, môžu byť neomylní.
 - g) Nielen omylní ľudia sú učiteľmi.

Ak vieme, že výrok a) je pravdivý, ktoré z výrokov b) až g) musia byť tiež pravdivé? Predpokladáme, že existuje aspoň 1 učiteľ a každý človek je buď omylný alebo neomylný.

4. Peter je vyšší ako Pavol. Pavla je nižšia ako Peter. Pavla je vyššia ako Paťa, ale nižšia ako Pavol. Petra je vyššia ako Pavla, ale nižšia ako Peter. Pišta je vyšší ako Petra. Pavol meria 170 cm. Ktoré z nasledujúcich tvrdení nemôže byť pravdivé?
 - a) Paťa je nižšia ako Pavol.
 - b) Petra meria 165 cm.
 - c) Peter je vyšší ako Pišta.
 - d) Pišta je nižší ako Pavla.
 - e) Paťa meria 165 cm.

5. a) Z nasledujúcich tvrdení vytvorte čo najväčší počet pravdivých implikácií alebo ekvivalencií.

Prirodzené číslo je deliteľné piatimi.
Prirodzené číslo je deliteľné dvadsiatimi.
Ciferný zápis prirodzeného čísla končí číslicou nula.
Prirodzené číslo je deliteľné desiatimi.

- b) Doplňte: Súčet dvoch vnútorných uhlov v trojuholníku sa rovná tretiemu práve vtedy, keď

- c) Doplňte znak implikácie tak, aby ste dostali pravdivý výrok:

$$\forall x \in R : \frac{1}{x} < 1 \text{ ? } x < 0$$

Vedeli by ste tvrdenie doplniť tak, aby tam bolo možné dopísať znak ekvivalencie?

6. Nájdite výroky, negáciou ktorých dostaneme ekvivalentné výroky s nasledujúcimi výrokmi:
- ak cestujúci v autobuse nemá cestovný lístok, môže dostať pokutu.
 - Prirodzené číslo je deliteľné štyrmi práve vtedy, keď je jeho posledné dvojčísle deliteľné štyrmi.
 - ak dva trojuholníky majú zhodné dva uhly, tak tieto trojuholníky sú podobné.

3. Dôkazy, Matematická indukcia

1. Dokážte Pytagorovu vetu čo najviac spôsobmi.
2. Pomocou obrázka zdôvodnite, že $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$
3. Dušan dostal za úlohu dokázať nerovnosť $a + \frac{1}{a} \geq 2$ pre $\forall a \in R^+$. Po chvíli premýšľania a výpočtov sa pustil do písania dôkazu. Ako prvú napísal pravdivú nerovnosť $(a-1)^2 \geq 0$. Ako prišiel Dušan na to, že má začať práve takto? Dokončite jeho dôkaz.
4. Overte pravdivosť nasledujúceho tvrdenia:
Pre každé prirodzené n je číslo $n^2 + n + 41$ prvočíslo.
5. Dokážte matematickou indukciou $\forall n \in N : 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$
6. Piatak Janko chcel vedieť, na koľko menších štvorcov sa dá rozdeliť štvorec so stranou 50 cm. Podarilo sa mu ho rozdeliť na 4, 9, 16 a 25 menších štvorcov. Jeho staršia sestra Evka vedela tento štvorec rozdeliť aj na 6, 7, ba aj na 8 menších štvorcov. (Podarí sa to aj vám?) Potom si uvedomila, že vlastne dokáže štvorec rozdeliť na akýkoľvek počet menších štvorcov, ak ich bude viac ako 5. Ako asi uvažovala?
7. Na koľko častí maximálne rozdelí rovinu n priamok?
8. V rovine je daných n priamok ($n \in N$). Možno dvomi farbami vyfarbiť všetky časti roviny tak, aby každé dve boli rôznej farby? (Za susedné pokladáme dve časti roviny, ktoré majú spoločnú priamku, polpriamku, alebo úsečku).

4. Funkcie

1. Na šablónke sú grafy funkcií $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ a $y = 2x^2$. Grafy ktorých nasledujúcich funkcií môžeme pomocou nej narysovať?

a) $f: y = (\sqrt{2}x - 1)^2$ b) $g: y = \frac{1}{2} \cdot (x-1)^2$ c) $h: y = 2x^2 + 1$
 d) $k: y = x^2 + 6x + 9$ e) $l: y = (2x-1)^2$

2. Uvedte príklad funkcie definovanej na R , ktorej graf sa nezmení, ak ho

- a) posunieme o 2 v smere osi x
 b) posunieme o -1 v smere osi y
 c) 3-krát „natiahneme“ v smere osi y
 d) „stlačíme“ na polovicu v smere osi x
 e) „preklopíme“ okolo osi x
 f) „preklopíme“ okolo osi y

3. Nakreslite graf aspoň jednej funkcie f , pre ktorú platí

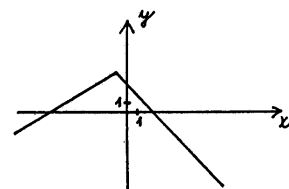
a) $D_f = \langle -3, 1 \rangle$, $H_f = \langle 2, 6 \rangle$ b) $D_f = (0, 4)$, $H_f = \langle 0, 4 \rangle$
 c) $D_f = \langle -1, 1 \rangle$, $H_f = (-2, 2)$ d) $D_f = (-\infty, 5)$, $H_f = (3, \infty)$
 e) $D_f = R$, $H_f = (-1, 1)$ f) $D_f = (-1, 2)$, $H_f = \langle -2, \infty \rangle$

4. Nájďte priesečníky grafov funkcií so súradnicovými osami.

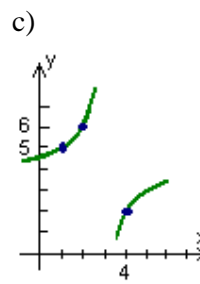
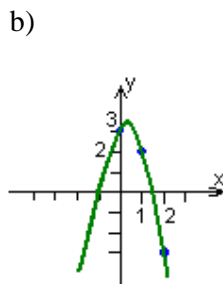
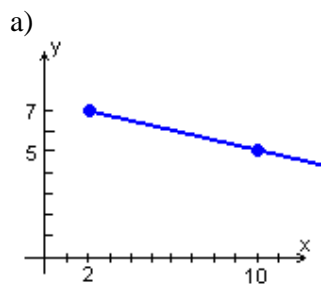
a) $y = \frac{2x-3}{x+4}$ b) $y = x^2 + 6x + 8$ c) $y = |x+3| - |1-x|$ d) $y = \sqrt{x+1} + 2$

5. Daný je graf funkcie f . Načrtnite grafy funkcií

a) $a(x) = f(x) - 2$, b) $b(x) = -f(x)$, c) $c(x) = f(-x)$,
 d) $d(x) = f(x+4)$, e) $e(x) = f(x-3)$, g) $g(x) = 7 + f(x)$.



6. Nájďte predpisy funkcií, ktorých grafy vidíte na obrázku. Príslušné krivky sú parabola, polpriamka a hyperbola.



7. a) Jedna základňa lichobežníka L s obsahom 20 cm^2 meria 4 cm .
Načrtnite graf funkcie a , ktorá určuje výšku lichobežníka L ako funkciu dĺžky druhej základne.
- b) Jedna strana rovnoramenného trojuholníka T meria 8 cm . Načrtnite graf funkcie b , ktorá určuje obvod trojuholníka T ako funkciu dĺžky jeho strany.
- c) Kváder K so štvorcovou podstavou má výšku 10 cm . Nájdite predpis pre funkciu c , ktorá vyjadruje závislosť dĺžky hrany kvádra K na jeho povrchu.

5. Vlastnosti funkcií

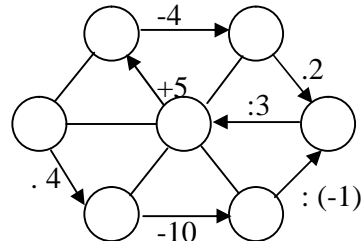
1. Nech $f(x)$ je nerastúca na \mathbb{R} , $H_f = \mathbb{R}^+$. Čo možno povedať o týchto funkciách?
a: $y = f(x) + 3$ b: $y = -f(x)$ c: $y = 5 \cdot f(x)$
2. Načrtnite graf funkcie, ktorá na svojom definičnom obore
 - a) nemá lokálny extrém
 - b) má lokálne minimum, nemá lokálne maximum
 - c) má tri lokálne minimá a jedno lokálne maximum
 - d) má v danom bode lokálne maximum a nemá globálne maximum
 - e) má globálne minimum a nemá lokálne minimum
3. Rozhodnite o platnosti nasledujúceho tvrdenia:
„Ak jedna z funkcií f a g je ohraničená a druhá nie, potom funkcia $f \cdot g$ nie je ohraničená.“
4. Zistite, či je funkcia f na množine M rastúca (klesajúca).
 - a) $f : y = (x+2)(x+3)(x+4)$, $M = \langle -1, 2 \rangle$
 - b) $f : y = x^3 - 3x^2 + 3x$, $M = \langle -1, 2 \rangle$
 - c) $f : y = x - x^2$, $M = \mathbb{R}$.
5. Nech f a g sú neklesajúce, h je nerastúca funkcia. Čo možno povedať o monotónnosti funkcií $f(g)$ a $f(h)$? Svoje tvrdenia odôvodnite a ilustrujte príkladmi.
6. Zistite, či je funkcia $f : y = \sqrt{x+16} + \sqrt{9-x}$ ohraničená
7. Načrtni graf a nájdí predpis funkcie, ktorá je definovaná na \mathbb{R} , rastúca na $(-\infty, 0)$, klesajúca na $(0, \infty)$ a v bode 0 nemá lokálne maximum.

6. Teória čísel I

1. Nájdite najmenšie štvorciferné prvočíslo.
2. Sú dané dve čísla, z ktorých jedno je o 10 väčšie ako druhé. Obe sú násobkom nejakého neznámeho čísla. Pokúste sa ho nájsť. (Sú až štyri možnosti.)
3. Jakub tvrdí, že dve za sebou idúce prirodzené čísla sú vždy nesúdeliteľné. Má pravdu?
4. Včera bola streda. Aký deň bude o 48 dní?
5. Možno 50 litrov preliať do štvorlitrových a osemlitrových nádob tak, aby boli všetky použité nádoby plné?
6. Dnes sú Slnko, Venuša a Zem v zákryte (t. j. Venuša je medzi Slnkom a Zemou). O aký čas budú znova v tej istej polohe? Zem obehne okolo Slnka za približne 365 dní, Venuša za približne 225 dní.
7. Kváder s rozmermi 182 cm, 126 cm a 455 cm rozdeľte na čo najväčšie rovnaké kocky. Akú dĺžku hrany budú mať? Na koľko kociek bude kváder rozdelený?
8. Pre ktoré prirodzené čísla n je zlomok $\frac{81}{5-2n}$ prirodzené číslo?
9. Nájdite všetky $a, b \in N$, pre ktoré $nsn(a, b) = 20$.
10. Riešte rovnice s neznámymi $x \in N, y \in N$:
$$x^2 = y^3$$
$$3x^2 = 5y$$
$$96x^4 = y^5$$

7. Rovnice, ekvivalentné a neekvivalentné úpravy

1. Doplňte chýbajúce čísla



2. Existujú čísla, ktoré sa
- zdvojnásobením zmenšia o 1 ?
 - umocnením na druhú zmenšia o 25 % ?
- Vysvetlite.

3. V čom je problém? $a = \sqrt{a^2} = \sqrt{(-a)^2} = -a$

4. Doplňte do výrazu $1 - \frac{x-1}{x+1} : \frac{x+2}{x+1}$ zátvorky tak, aby hodnotu 2
- nadobúdali pre nejaké $x \in R$
 - nenadobúdali pre žiadne $x \in R$

5. Riešte v R rovnice:

- $3x^2 + x = 2$
- $x - \frac{1}{x+1} + 2 = 0$
- $\frac{(2x-1) \cdot (x-1) \cdot (x+1)}{(x+2) \cdot (x-5)^2} = 2$

6. Doplňte chýbajúce čísla $a, b \in R$ tak, aby rovnica mala jediné riešenie.

- $(2x+a)(bx+8)(x+1)^2 = 0$
- $(3x+a)(bx^2+6x-1) = 0$

7. Doplňte v príklade na sčítanie zlomkov $\frac{1}{3} + \frac{-4}{*}$ chýbajúce číslo, ak viete, že

Marekovi, ktorý zásadne sčíta systémom „čitateľ s čitateľom, menovateľ s menovateľom“, tentoraz vyšiel správny výsledok.

8. Pre aké reálne čísla a má rovnica riešenie?

a) $\sqrt{-4x} = a\sqrt{x}$ b) $\sqrt{-4x} = a\sqrt{x} + 1$ c) $-2\sqrt{x} = a + \sqrt{x}$

9. Riešte rovnice v R :

a) $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2$ b) $\frac{2x + 4}{x - 4} = 5$ c) $\sqrt{5x + 9} = \sqrt{x + 1}$
d) $x = -x$ e) $\sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}} = \sqrt{x - 1}$ f) $\sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}} = (x - 1)\sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$

10. Vymyslite rovnicu a jej chybné riešenie, ktoré skúška neodhalí.

11. Zistite súčet koreňov rovnice v R .

a) $(b + 1)(b - 8) = 15$

b) $\sqrt{29 - y^2} = y + 3$

12. Riešte v R :

a) $|x + 2| = |4x - 1|$

b) $|x^2 - 5| = x^2 + 3$

c) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 4x - 5) = 0$

d) $(4x^2 - 3x - 18)^2 - (4x^2 + 3x)^2 = 0$

e) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$

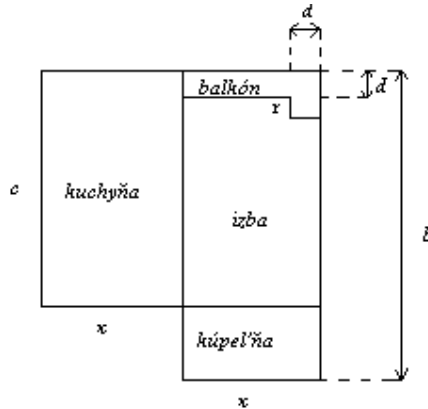
8. Sústavy rovníc I

- Sú dané dve priamky $p: x + 2y - 5 = 0$ a $q: 5x - y + 1 = 0$. Spomedzi priamok
 - $r_1: 4y + 2x - 10 = 0$
 - $r_2: 4x - 3y + 6 = 0$
 - $r_3: 7x + 3y - 9 = 0$
 - $r_4: 6x + 2y - 4 = 0$
 vyberte tie, pre ktoré platí: $p \cap q \cap r_i, i = 1..4$ je jednoprvková množina.
- Ktoré z usporiadaných dvojíc $[1, -4]; [4, 5]; [0, -7]$ patria do množiny riešení sústavy rovníc $3x - y = 7, 15x - 5y = 35, 2y - x = -14$?
 - Tretiu rovnicu v predchádzajúcej sústave nahraďte rovnicou $3y + rx = p$ a doplňte v nej čísla tak, aby množina riešení novej sústavy obsahovala viac ako 1 prvok
 - Doplňte chýbajúce čísla x_0, y_0 tak, aby usporiadané dvojice $[x_0, -5]$ a $[10, y_0]$ boli riešeniami sústavy rovníc z b).
- Napíšte 3 usporiadané dvojice, ktoré
 - sú
 - nie sú
 riešením sústavy rovníc $x - 2y = 3, 4y - 2x = -6$ (*)
- Posúďte nasledujúce tvrdenia:
 - Sústava rovníc (*) má v reálnych číslach nekonečne veľa riešení.
 - Ľubovoľná $[x, y] \in R \times R$ je riešením sústavy rovníc (*).
 - Riešením sústavy rovníc (*) sú všetky reálne čísla.
 - $K = \left\{ \left[k, \frac{k-3}{2} \right]; k \in R \right\}$
 - Za x môžeme dosadiť ľubovoľné reálne číslo.
 - $K = \{[3 + 2k, k]; k \in R\}$
- Nájdite jednu sústavu rovníc, pre ktorej množinu riešení K platí:
 - $K = \{[1, 3]\}$
 - $[1, 3] \in K \wedge [2, 6] \in K$
 - $[1, 3] \in K \wedge [3, 1] \in K$
- Zistite, čo je prienikom rovín α, β a γ , ak poznáte ich analytické vyjadrenie:
 - $a: z = x + y - 6, b: z = 14 - x + y, g: z = -2 + x - y$
 - $a: z = x - y, b: z = \frac{5 - 2y - 4x}{8}, g: z = \frac{6x + 3 - 3y}{11}$

7. Z 20 cm dlhého drôtu chceme urobiť triangel tvaru rovnoramenného trojuholníka. Zistite, aké bude mať rozmery, ak viete, že jedna z jeho strán je dvakrát dlhšia ako iná strana.
8. Fero a Jano dosadili do výrazu $V = 19x - 17y + 23$ tie isté dve čísla. Napriek tomu Ferovi vyšiel výsledok -134 a Janovi 190 . Ako je to možné? Aké čísla dosadili do výrazu?
9. Jano vrátil 5 prázdnych fliaš od minerálky. Za peniaze, ktoré dostal, si kúpil jednu minerálku a ešte mu $0,36\text{EUR}$ zvýšilo. Bol by si býval kúpil aj dve minerálky, ale $0,33\text{EUR}$ mu chýbalo. Na koľko EUR zálohujú fľaše od minerálky?
10. Jano, Fero a Laco sú bačovia. Zvyčajne si každý pasie svoju čriedu na inej lúke, občas sa však stretnú na tej istej. Keď sa stretne Jano s Ferom, je na lúke 235 ovečiek, keď Fero s Lacom, je ich 357 a keď Laco s Janom, tak je ovečiek 372. Koľko oviec by bolo na lúke, keby sa stretli všetci traja naraz? (Samozrejme aj so svojimi ovečkami, odpoveď „traja barani“ neberieme...)

9. Geometria I

1. a) Na obrázku je pôdorys bytu Ferovej sestry:



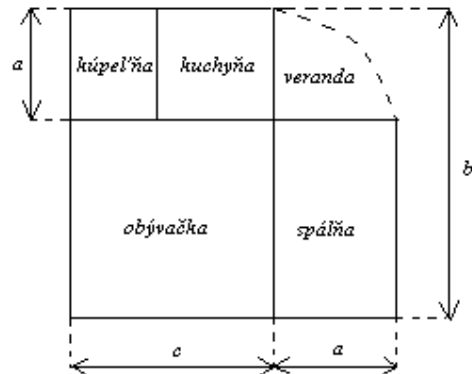
Aký je význam vzorcov

$$A = cx + dx + rd$$

$$B = 2bx - x(b - c + d) - rd ?$$

- b) Fero býva s rodičmi v dvojizbovom byte (pôdorys bytu znázorňuje obrázok). Napíšte čo najjednoduchší vzorec na výpočet plochy a obvodu:

- verandy
- spálne
- obývačky
- bytu bez verandy.

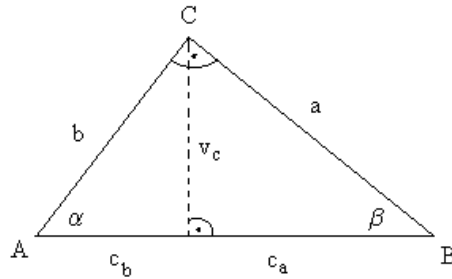


2. a) Daný je obdĺžnik $ABCD$, kde $|AB| = 2|BC|$, E je stred strany AB , F je stred strany BC . Len pomocou ceruzky a pravítka narysujte štvorec, ktorého obsah sa rovná obsahu daného obdĺžnika.

b) Na strane CD ľubovoľného obdĺžnika $ABCD$ je daný bod X . Porovnajme obsah trojuholníka ABX so súčtom obsahov dvoch zvyšných trojuholníkov v obdĺžniku $ABCD$.

c) Nad uhlopriečkou daného obdĺžnika zostrojte obdĺžnik tak, aby oba obdĺžniky mali rovnaký obsah.

3. a) Doplňte čo najviac spôsobmi tak, aby ste dostali pravdivé tvrdenia: Dva pravouhlé trojuholníky sú podobné práve vtedy, keď ...
 b) Z uvedených rovností vyberte tie, ktoré platia v nasledujúcom obrázku:



$$\frac{v_c}{a} = \frac{c_b}{b}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{v_c}{c_b}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c_b}{v_c}$$

$$\frac{c_a}{v_c} = \frac{c_b}{v_c}$$

$$\frac{b}{v_c} = \frac{a}{v_c}$$

- c) Doplňte tak, aby v predchádzajúcom obrázku platilo:

$$\frac{v_c}{b} = \frac{a}{a} = -$$

$$\frac{a}{c_a} = \frac{v_c}{v_c} = -$$

$$\frac{v_c}{b} = \frac{a}{b} = -$$

- d) Podľa predchádzajúceho obrázka doplňte tak, aby platilo:

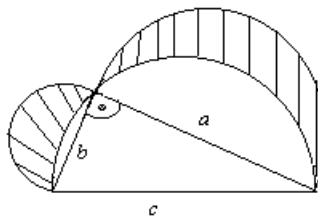
$$v_c \cdot \quad = c_a \cdot c_b$$

$$a \cdot \nabla = c \cdot c_a$$

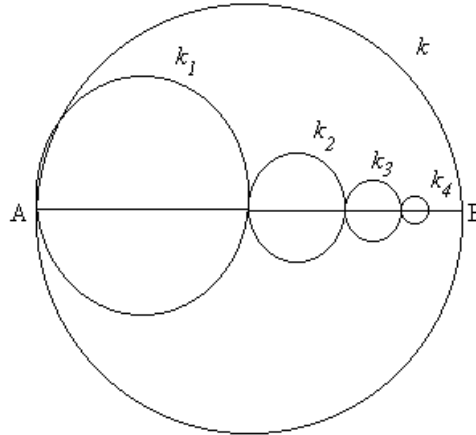
$$b^2 = * \cdot c_b$$

- e) Z posledných dvoch rovností v d) odvod'te Pytagorovu vetu.

4. Fero sa pokúšal rozdeliť dva štvorce s rôznymi stranami tak, aby sa z nich dal poskladať štvorec. Dlhú si s úlohou nevedel poradiť, vyriešil ju až potom, keď si spomenul na jeden „obrázkový“ dôkaz Pytagorovej vety. Vyriešte úlohu!
5. Výsledkom jednej nezaujímavej hodiny zemepisu bolo toto Ferove tvrdenie: V každom pravouhlom trojuholníku platí, že ak sa dvojnásobne zväčší jeden z jeho ostrých uhlov, potom sa dvojnásobne zväčší aj protiláhlá odvesna. Janke sa to nezdá, podľa nej toto tvrdenie platí iba v niektorých pravouhlých trojuholníkoch. Čo si o tom myslíte vy?
6. a) Namiesto štvorcov zostrojil Fero nad každou stranou pravouhlého trojuholníka rovnostranný trojuholník. Porovnal obsahy všetkých trojuholníkov a zistil, že... Doplňte!
 b) Uveďte ešte aspoň jeden geometrický útvar (okrem štvorca), pre ktorý dostanete v úlohe a) rovnaký výsledok ako pre rovnostranný trojuholník.
 c) V nasledujúcom obrázku vyjadrite súčet obsahov vyšrafovaných „mesiačikov“, pomocou a , b .



7. Nad úsečkou AB zostrojil Fero Talesovu kružnicu k .
- Potom rozdelil úsečku AB napoly, nad jednou polovicou zostrojil Talesovu kružnicu k_1 a nad druhou Talesovu kružnicu k_2 . Podľa neho má kružnica k menší obvod ako kružnice k_1, k_2 spolu. Je to pravda?
 - Rozdeľte úsečku AB na 7 rôznych častí a nad každou z nich opíšte Talesovu kružnicu. Porovnajzte obvod kružnice k so súčtom obvodov siedmich menších kružníc.
 - Úsečka AB je rozdelená na polovice a nad jednou z nich je opísaná Talesova kružnica k_1 . Kružnica k_2 je opísaná nad polovicou zvyšnej polovice, k_3 nad polovicou zvyšnej polovice atď. (podľa obrázka). Aj v tomto prípade porovnajzte obvod kružnice k so súčtom obvodov kružníc k_1, k_2, k_3, \dots



8. a) Fero nakoniec zistil, že Euklidove vety nie sú až také strašné, ako sa mu zdali na začiatku. Pomocou nich vedel napr. k ľubovoľnému nakreslenému obdĺžniku zostrojiť štvorec s rovnakým obsahom, a to bez akéhokoľvek merania! Viete to aj vy?
- b) Riešte opačnú úlohu: K nakreslenému štvorcu zostrojíte obdĺžnik s rovnakým obsahom, ak poznáte dĺžku jednej strany obdĺžnika.