1. Goniometrické funkcie, rovnice a nerovnice

1. Vypočítajte:

   a) $\sin\frac{5}{4}\pi - \cos\frac{4}{3}\pi + \mathrm{tg}\frac{5}{3}\pi - \mathrm{cotg}\frac{11}{2}\pi =$

   b) $\cos 225° - \mathrm{tg}300° + \sin 240° + \mathrm{cotg}330° =$

2. Bez použitia kalkulačky zistite, ktoré z nasledujúcich čísel sú kladné a ktoré záporné:
   cos 1, cos 2, cos 3, cos 4, cos 5, cos 6, cos 7.

3. Nájdite reálne čísla a a b tak, aby funkcia $f(x) = \sin(ax+b)$ mala periódu $\frac{\pi}{4}$ a súčasne $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1$

4. Petra použila pri riešení rovnice $6\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x = 3$ takúto „fintu“: trojku na pravej strane vynásobila jednotkou vyjadrenou pomocou goniometrických funkcií. Po tejto úprave vydelila celú rovnicu $\cos^2 x$ a dostala rovnicu, ktorú už vedela ľahko vyriešiť. Viete to aj vy?

5. Ktoré z nasledujúcich množín sú množinami všetkých riešení nerovnice $tgx \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ na R?

   a) $\bigcup_{k\in Z}\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

   b) $\bigcup_{k\in Z}\left\langle\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\rangle$

   c) $\bigcup_{k\in Z}\left\langle\frac{(6k+1)}{6}\pi, \frac{(2k+1)}{2}\pi\right)$

   d) $\bigcup_{k\in Z}\left\langle-\frac{5}{6}\pi + k\pi, -\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$

   e) $\bigcup_{k\in Z}\left\langle\frac{\pi}{6} - k\pi, \frac{\pi}{2} - k\pi\right)$

   f) $\bigcup_{k\in Z}\left\langle-\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi\right)$

6. Posúďte nasledujúce riešenie rovnice. Prípadné chyby opravte a riešenie dokončite.

   $\sqrt{3}.\sin 5x = 1 - \cos 5x$

   $\cos 5x + \sqrt{3}.\sin 5x = 1$

   $\frac{1}{2}\cos 5x + \frac{\sqrt{3}}{2}.\sin 5x = \frac{1}{2}$

   $\sin\frac{\pi}{6}\cos 5x + \cos\frac{\pi}{6}\sin 5x = \frac{1}{2}$

7. Zistite riešenia nasledujúcich nerovníc, ak viete, že riešením nerovnice $\sin x \geq a$ je množina $K = \bigcup_{k \in Z} \left\langle -\frac{\pi}{7} + 2k\pi, -\frac{6}{7}\pi + 2k\pi \right\rangle$:

a) $\sin\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) \geq a$ b) $\sin 2x \geq a$ c) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq a$

8. a) Riešením nerovnice $\sin x \geq a$ je množina $K = \bigcup_{k \in Z} \left\langle \frac{\pi}{7} + 2k\pi, \frac{6}{7}\pi + 2k\pi \right\rangle$. Čo je riešením nerovnice $\sin\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) < a$?

b) Riešením nerovnice $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \geq a$ je množina $K = \bigcup_{k \in Z} \left\langle \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi \right\rangle$. Čo je riešením nerovnice $\cos x \geq a$?

9. Riešte v R:

a) $\dfrac{2\cot g\frac{x}{2}.\sin^2\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2} - \cos^2\frac{x}{2}} = 1$ b) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right).\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}$

c) $tgx + \dfrac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} - \dfrac{2}{\sin 2x} = \cot gx$

10. Nájdite také reálne čísla a, b, c aby platilo:

a. $\forall x \in R : -a.\sin x = b.\cos x + c.\sin x$
b. $\forall x \in R : a.\cos x + b.\sin x = 0$

11. Dokážte, že $\forall x \in R : \sin x + \cos x = \sqrt{2}.\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

2. Finančná matematika I

1. Pán Almužna si požičal od slečny Dobrotivej na jeden rok 165 EUR a za rok jej splatil podľa dohody 200 EUR. S akou vysokou úrokovou mierou požičala peniaze slečna Dobrotivá pánovi Almužnovi?

2. Manželia Šťastní zdedili po bohatej babičke 16 500 EUR. Rozdelili získaný kapitál na dve rovnako veľké čiastky a uložili ich na dva termínované vklady na jeden rok, prvý na meno Šťastný, druhý na meno Šťastná. Pomocou tabuľky zistite, či sa manželia Šťastní z hľadiska finančnej výhodností rozhodli správne, ak nie, navrhnite finančne výhodnejšie riešenie.

Termínované vklady na 1 rok		
do 1 499 EUR	od 1 500 EUR do 2 999 EUR	od 3 000 EUR do 9 999 EUR
1,7 %	2,0 %	2,2 %
od 10 000 EUR do 14 999 EUR	od 15 000 EUR do 29 999 EUR	od 30 000 EUR
2,4 %	2,7 %	3,2 %

(výška úrokovej miery pre termínované vklady na jeden rok v závislosti od výšky vkladu; banka úročí jednorázovo, a to v deň splatnosti vkladu)

3. Pán Koumal si chcel založiť termínovaný vklad na jeden rok. Mal k dispozícii 1 400 EUR. Aby sa dostal do pásma s vyššou úrokovou mierou (pozri tabuľka), požičal si od pani Veselej 100 EUR s tým, že jej o rok vráti navyše 15 % z požičanej čiastky. Potom uložil na termínovaný vklad na jeden rok 1 500 EUR (pozri tabuľka z predchádzajúcej úlohy).
   a) Odhadnite, či je finančná transakcia, ktorú realizoval pán Koumal, finančne výhodnejšia ako uloženie 1 400 EUR na termínovaný vklad na jeden rok.
   b) Vypočítajte, koľko korún by predstavoval úrok po zdanení pri výplate termínovaného vkladu vo výške 1 400 EUR.
   c) Zistite, koľko korún bol čistý zisk pána Koumala z termínovaného vkladu vo výške 1 500 EUR po vrátení peňazí pani Veselej.

4. Do banky bol uložený kapitál K_0 s úrokovou mierou p %; daň z úroku je u %. Banka používa štandard, v ktorom sa počíta (finančný) rok 360 dní. Úroková doba je t dní, banka úročí jednorázovo, v posledný deň úrokovej doby.
   Vypočítajte:
   a) úrok pred zdanením,
   b) úrok po zdanení,
   c) celkovú čiastku, na ktorú vzrastie kapitál K_0 po zúročení bankou.

5. Ferko Márnivý si uložil v banke 1 300 EUR na termínovaný vklad na 3 mesiace s ročnou úrokovou mierou 1,9 %. Banka bude úročiť vklad jednorázovo, v deň splatnosti vkladu. Po jednom mesiaci však Ferko zistil, že nutne potrebuje 650 EUR. Banka mu vyhovie. Zúročí 650 EUR za úrokovú dobu 1 mesiac a so stanovenou úrokovou mierou, ale ako sankciu za nedodržanie dohodnutej doby splatnosti zníži zúročený kapitál o 1 %; príslušnú čiastku potom Ferkovi vyplatí. Zostávajúcich 650 EUR zúročí ku dňu splatnosti (predpokladáme, že Ferko Márnivý už žiadne ďalšie peniaze nebude potrebovať). Zaujíma nás:
   a) Koľko eur by Ferko po troch mesiacoch dostal, ak by nedošlo k predčasnému výberu 650 EUR?
   b) Koľko eur sa Ferkovi celkovo z banky vráti? Bude to aspoň toľko, koľko Ferko vložil?

6. Manželia Nerozhodní sa rozhodli uložiť zdedenú čiastku 220 000 EUR na termínovaný vklad. Rozhodovali sa medzi nasledujúcimi tromi variantmi:
   I. Celú čiastku uložíme do MaxiBanky, na jeden termínovaný vklad na meno pani Nerozhodnej.
   II. Uložíme kapitál do MaxiBanky na dva termínované vklady, každý na čiastku 110 000 EUR, z toho jeden na meno pána Nerozhodného a druhý na meno Nerozhodná.
   III. Uložíme 110 000 EUR na termínovaný vklad do MaxiBanky na meno pána Nerozhodného a 110 000 EUR na termínovaný vklad do EuroBanky na meno pani Nerozhodnej.

   Nakoniec si manželia Nerozhodní vybrali variant II. (MaxiBanka ponúkala vyššiu úrokovú mieru ako EuroBanka). MaxiBanka bezprostredne po uložení peňazí skrachovala, EuroBanky sa krach nedotkol.
   a) Uveďte bez počítania, či si manželia Nerozhodní zvolili najlepší variant.
   b) Vypočítajte, aká vysoká je finančná strata manželov Nerozhodných.
   c) O koľko eur by prišli pri realizácii variantu I. ?
   d) Aká vysoká by bola finančná strata pri realizácii variantu III. ?

7. Klient banky si založil dňa 4.3. vkladnú knižku a uložil na ňu 240 EUR. Dňa 12.6. vložil na knižku ďalšiu čiastku vo výške 415 EUR a dňa 14.10. čiastku 310 EUR. Úrokovacie obdobie je 1 rok, banka úročí na konci kalendárneho roka. Koľko eur mal klient na vkladnej knižke na konci kalendárneho roka po pripísaní zdaneného úroku? Úroková miera bola po celý rok nemenná a predstavovala 2,4 %. Klient žiadne peniaze počas roka z knižky nevyberal.

8. Chceli by ste si nasporiť počas jedného roka 500 EUR na nový horský bicykel. Peniaze si budete ukladať v banke na sporiaci účet pravidelne raz na začiatku mesiaca, prvýkrát začiatkom januára. Predpokladáme úrokovú mieru 2 % a štvrťročné úrokovacie obdobie (úročí sa vždy na konci kalendárneho štvrťročného obdobia). Koľko eur by ste museli mesačne vkladať?

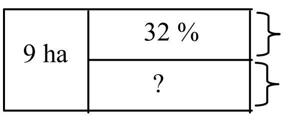
3. Štvoruholník

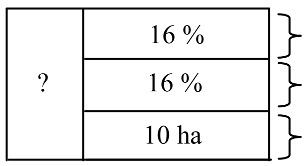
1. O štvoruholníku *ABCD* vieme, že uhly pri vrcholoch *A* a *C* sú pravé, $|AB| = 60, |CD| = 39, \quad |AD| = 25$. Zistite obvod a obsah štvoruholníka *ABCD*. Vypočítajte polomer kružnice opísanej štvoruholníku *ABCD*.

2. Deti mali na úlohu narysovať pravouhlý lichobežník *ABCD*, pre ktorý platí: $|AB| = 5\text{ cm}$, $|CD| = 3\text{ cm}$ a výška z *A* na *CD* meria 10 cm. Miškov lichobežník mal obsah 24 cm^2, Tomášov 36 cm^2 a Elenkin 40 cm^2. Kto z nich mohol mať úlohu správne vyriešenú?

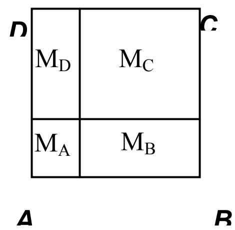
3. V lichobežníku *KLMN* je priesečník uhlopriečok *KM* a *LN* bod *S*. Určte obsah lichobežníka *KLMN*, ak viete, že
   a) $|KS| = 2|SM|$ a obsah trojuholníka *KNS* je 14 cm^2,
   b) obsah trojuholníka *KNS* je 24 cm^2 a obsah trojuholníka *MNS* je 8 cm^2.

4. Obdĺžnikové polia na obrázku sú rozdelené na niekoľko obdĺžnikových častí. Určte obsahy jednotlivých častí, ak viete, že označené úsečky sú rovnako dlhé.

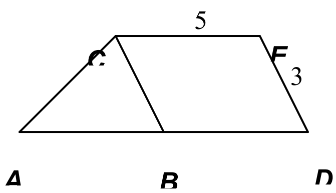
   a)


   b)


5. Štvorec *ABCD* so stranou dĺžky 35 je rozdelený dvoma priamkami, z ktorých jedna je rovnobežná s *AB* a druhá s *BC*, na štyri obdĺžniky M_A, M_B, M_C, M_D (pozri obrázok). Vypočítajte obsahy týchto obdĺžnikov, ak viete, že pre ne platí $S(M_A) : S(M_B) : S(M_C) = 2 : 3 : 4$.



6. Trojuholník *ABC* a rovnobežník *BDEC* na obrázku majú rovnaký obsah.
   a) Vypočítajte dĺžku základne lichobežníka *ADEC*.
   b) Viete rovnobežník *BDEC* „doplniť“ iným trojuholníkom na lichobežník s obsahom rovným dvojnásobku obsahu rovnobežníka *BDEC*?



4. Kružnica

1. Otec, mama a ich synáčik Jožinko sa zastavili pri kruhovom jazierku s priemerom 400 m. Jožinko tak dlho naliehal na rodičov, až mu napokon dovolili sa vykúpať. Kým Jožinko plával, rodičia pobiehali po brehu pri okraji jazierka tak, aby sa Jožinko nachádzal stále presne v strede medzi nimi. V istej chvíli boli otec s mamou od seba vzdialení 320 m. Koľko metrov od najbližšieho bodu brehu bol v tej chvíli Jožinko?

2. Rozdiel obsahov kružníc opísanej a vpísanej štvorcu je 7 cm^2. Zistite obsah štvorca.

3. Daná je kružnica so stredom S a štvoruholník $ABCD$, ktorého strany sa dotýkajú tejto kružnice. (Takýto štvoruholník sa volá dotyčnicový.) Zistite súčet veľkostí uhlov ASB a CSD.

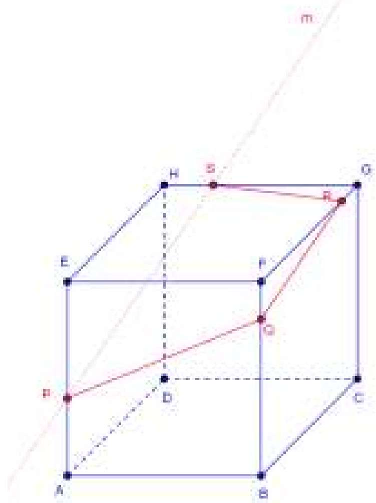
4. Stred kružnice vpísanej do konvexného štvoruholníka má od jeho vrcholov vzdialenosti 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm. Vypočítajte obvod tohto štvoruholníka, ak viete, že polomer vpísanej kružnice je 3 cm.

5. Obvod konvexného štvoruholníka je 20 cm a polomer jemu vpísanej kružnice je 5 cm. Zistite obsah tohto štvoruholníka.

6. Nad priemerom AB je opísaná kružnica, ktorej stred nie je zobrazený. Je daný bod C taký, že trojuholník ABC je ostrouhlý. Z bodu C zostrojte kolmicu na AB len pomocou ceruzky a pravítka. (Pravítko nemá mierku a nedajú sa s ním robiť kolmice.)

5. Stereometria I

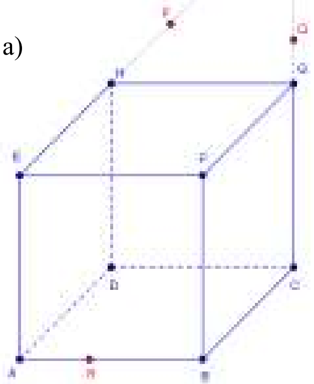
1. Mišo sa pri rezaní kocky *A..H* rovinou *PQR* pomýlil. Peter mu tvrdí: „Keby si si písal aj dôvodenie, hneď by si videl, že priamka *m* leží v stene *AEHD*. To znamená, že môže pretínať priamky *AE, EH, HD, DA,* ale nie priamku *GH*.“
   Má Peter pravdu? Oprav rez, napíš postup konštrukcie a dôvodenie.



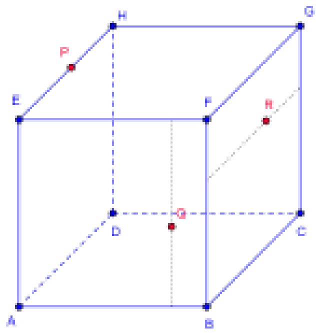
2. Bod *P* je vnútorný bod hrany *BV* pravidelného štvorbokého ihlana *ABCDV*. Zostrojte rez ihlana rovinou, ktorá prechádza bodom *P* rovnobežne s priamkami *AB* a *CV*.

3. Zostrojte rez kocky rovinou určenou bodmi *P*, *Q*, *R*.

a)



b)

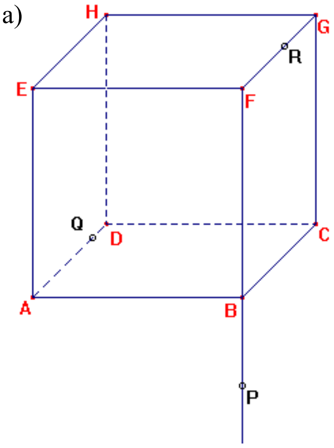


4. Zostroj rez štvorbokého kolmého hranola *ABCDEFGH* rovinou *XYZ*. Lichobežník podstavy ($AB \| CD$) má nasledujúce rozmery: $|AB| = 7\ cm, |BC| = 4\ cm, |CD| = 4\ cm,$ $|AD| = 5\ cm$. Body *X, Y, Z* ležia po rade na hranách *AE, FG, CD*: $|XA| = |XE| = 3\ cm,$. $|YF| = 1\ cm,\quad |CZ| = 3\ cm$. Zostroj aj skutočnú veľkosť úsečky *XZ*.

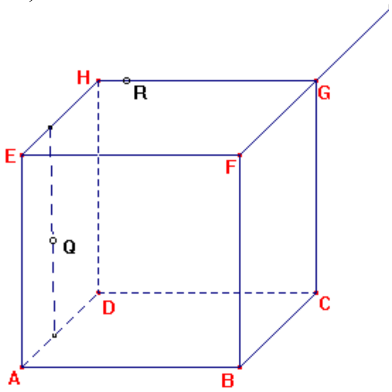
5. a) Rez kocky *A..H* so stranou dĺžky *a* rovinou *PQR* je štvorec *PQRS*. Zistite, aký najväčší obsah môže mať štvorec *PQRS.*
   b) Rez kocky *A..H* so stranou dĺžky *a* rovinou *PQR* je obdĺžnik *PQRS*. Zistite, aký najväčší obsah môže mať obdĺžnik *PQRS.*

6. Zostroj rez kocky $A..H$ rovinou PQR a aj jeho skutočnú veľkosť.

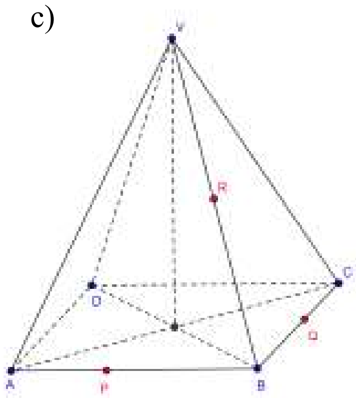
a)



b)



c)



7. Je daný pravidelný štvorsten $ABCD$ s hranou dĺžky 6 cm. Na hrane AB je bod $K,$ na hrane CB je bod L a na hrane AD je bod M. $|AK| = |LC| = |MD| = 2$ cm. Zostrojte rez štvorstena $ABCD$ rovinou KLM a vypočítajte obsah trojuholníka KLM.

8. Je daný pravidelný štvorsten $ABCD$ s hranou dĺžky 6 cm. Pavúk Hugo sedí uprostred hrany AB. Kadiaľ má liezť, ak má najkratšou cestou navštíviť všetky štyri steny a vrátiť sa naspäť?

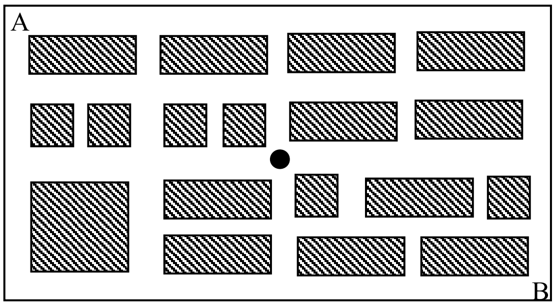
6. Kombinatorika III

1. Šachistov Milana a Petra čaká finálové stretnutie. Víťazom sa stane ten, kto ako prvý vyhrá tri partie, remízy sa nerátajú. Vypíšte všetky možnosti priebehu turnaja (bez remíz).

2. Vypočítajte kombinačné číslo
   a) $\binom{20}{7}$
   b) $\binom{20}{9}$

   ak viete, že $\binom{20}{6} = 38760$.

3. Na obrázku vidíte plánik mesta, vyšrafované políčka sú bloky domov. Zistite, koľkými spôsobmi sa môžeme dostať z miesta A do miesta B, ak



   a) v každom úseku cesty smieme ísť len východným alebo južným smerom
   b) v každom úseku cesty smieme ísť len východným alebo južným smerom a musíme prejsť cez križovatku označenú čiernym krúžkom.

4. V druhom kole ligy zvíťazili Bránkovce nad Gólovcami 7:3.
   a) Koľko rôznych priebehov mohol mať tento zápas?
   b) Koľko rôznych priebehov mohol mať tento zápas, ak polčas skončil 2:1 v prospech Bránkoviec?

5. Koľko čísel v 13. riadku Pascalovho trojuholníka je párnych?

6. Koľko čísel v 15. riadku Pascalovho trojuholníka je deliteľných troma?

7. Usporiadajte od najmenšieho po najväčšie čísla $\binom{12}{9}$, $\binom{13}{3}$, $\binom{13}{5}$, $\binom{13}{7}$, $\binom{13}{9}$, $\binom{14}{7}$.

8. Vyjadrite jedným kombinačným číslom:

a) $\binom{11}{2}+\binom{11}{3}+\binom{12}{2}$

b) $\binom{3}{3}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\binom{5}{2}$

c) $\binom{10}{10}+\binom{10}{9}+\binom{11}{9}+\binom{12}{9}+\binom{13}{9}+\binom{14}{9}+\binom{15}{9}$

7. Pravdepodobnosť II

1. V klobúku máme tieto štyri lístočky $\boxed{E}$, $\boxed{L}$, $\boxed{O}$, $\boxed{T}$. Postupne sme ich po jednom vyberali. Aká je pravdepodobnosť, že sme ich vytiahli v poradí
   a) LETO
   b) TELO?

2. Na úsečku AB dĺžky 5 cm nakreslíme bod X. S akou pravdepodobnosťou bude tento bod
   a) presne v strede úsečky
   b) od bodu A vzdialený najviac 2 cm
   c) bližšie k bodu A ako k bodu B?

3. Aká je pravdepodobnosť, že všetky čísla 111, 222, 333, ..., 999 budú deliteľné náhodne zvoleným prvočíslom menším ako 100?

4. Aká je pravdepodobnosť, že sa medzi ôsmimi ľuďmi nájdu aspoň dvaja, ktorí majú narodeniny v ten istý deň roka, ak sa nikto z nich nenarodil ani v januári ani vo februári?

5. Študent sa podrobuje testu s desiatimi otázkami. Ku každej otázke sú uvedené tri odpovede, pričom vždy je práve jedna správna. Aká je pravdepodobnosť, že študent odpovie správne aspoň na tri otázky, ak odpovede zaškrtáva náhodne?

6. Kupec doniesol dcére z cesty v ďalekej krajine trojružu. Každý jej púčik vykvitne s pravdepodobnosťou 0,81. Pravdepodobnosť čoho (akého javu) vyjadrujú nasledujúce čísla?
   a) $0{,}81^3$
   b) $0{,}19^3$
   c) $1 - 0{,}81^3$
   d) $1 - 0{,}19^3$

7. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o trojruži je pravdivé?
   a) pravdepodobnosť toho, že vykvitne iba stredný púčik, je rovnaká, ako pravdepodobnosť toho, že vykvitne práve jeden z púčikov
   b) pravdepodobnosť toho, že vykvitne iba stredný púčik, je rovnaká, ako pravdepodobnosť toho, že vykvitne iba ľavý púčik
   c) pravdepodobnosť toho, že vykvitne iba stredný púčik, je rovnaká, ako pravdepodobnosť toho, že dva púčiky nevykvitnú
   d) pravdepodobnosť toho, že vykvitne iba stredný púčik, je rovnaká, ako pravdepodobnosť toho, že dva krajné púčiky nevykvitnú

8. Aká je pravdepodobnosť toho, že
   a) len stredný púčik trojruže vykvitne?
   b) vykvitne len pravý a stredný púčik trojruže?
   c) vykvitnú práve dva púčiky?

9. Mincu hádžeme na podlahu zo štvorcových kachličiek (hrana kachličky je päťkrát dlhšia ako priemer mince). Aká je pravdepodobnosť, že minca
   a) padne celá do vnútra niektorého štvorca
   b) zasiahne roh niektorej kachličky?

8. Štatistika I

1. Odborník na výživu sa zaoberal zložením vybraných druhov potravín. Zistil, že eidam obsahuje 31% bielkovín, 15% tukov a 2% sacharidov, mak 20% bielkovín, 41% tukov a 24% sacharidov, ovsené vločky obsahujú 13% bielkovín, 8% tukov a 68% sacharidov, hrach 21% bielkovín, 2% tukov a 62% sacharidov, jahody 1% bielkovín, 1% tukov a 8% sacharidov. Prehľadne spracujte tieto dáta (tabuľka, graf).

2. Zistite absolútnu a relatívnu početnosť každého písmena abecedy, ktoré sa nachádza v texte tejto úlohy. Dĺžne ani mäkčene neberte do úvahy.

3. Zistite, koľko vajec znesie v priemere do roka jedna sliepka, ak viete, že kŕdeľ s 20 sliepkami zniesol v jednotlivých mesiacoch postupne 104, 187, 437, 418, 385, 360, 310, 260, 197, 152, 116, 84 vajec.

4. U 20 zamestnancov sa zisťovala výška mesačného príjmu (viď tabuľka). Vypočítajte aritmetický priemer zárobku všetkých pracovníkov.

Mesačný zárobok (v EUR)	**Počet pracovníkov s daným mesačným zárobkom**
501 – 720	6
721 – 940	5
941 – 1 160	4
1 161 – 1 380	2
1381 – 1 600	3

5. V hoteli je ubytovaných 100 ľudí, z toho 68 mužov. Priemerná výška mužov je 1,75m, žien 1,64m. Zistite priemernú výšku všetkých ľudí ubytovaných v hoteli.

6. V nasledujúcej tabuľke je uvedené skóre v jednotlivých zápasoch. Vieme, že priemerná hodnota je 34. Zistite hodnotu k.

Skóre	10	20	30	40	50
Počet súťažiacich s daným skóre	1	2	5	*k*	3

7. Dáta z prieskumu týkajúceho sa zisťovania čakacej doby 100 zákazníkov na poštách je v tabuľke.

Čakacia doba (s)	Počet zákazníkov		
0-20	5		
20-40	18		
40-60	30		
60-80	22		
80-100	9		
100-120	7		
120-140	6		
140-160	3		

a) Vypočítajte priemernú dobu čakania pre každý interval (dva prázdne stĺpce v tabuľke boli dodané pre pomocné výpočty)
b) Zostrojte kumulatívnu frekvenčnú tabuľku pre dané dáta
c) Použite kumulatívnu frekvenčnú tabuľku na nakreslenie grafu
d) Použite zostrojený graf na nájdenie mediánu.

8. Na základnej škole sa uskutočnil výskum, v ktorom sa merala výška žiakov. Prie meraní skupiny 31 žiakov boli získané nasledujúce údaje (v cm): 144, 149, 145, 142, 146, 147, 141, 150, 143, 146, 150, 141, 148, 148, 144, 141, 145, 148, 144, 143, 155, 133, 158, 154, 151, 140, 136, 137, 153, 139, 138.
   a) Zostavte frekvenčnú tabuľku pomocou intervalov a údaje graficky znázornite.
   b) Zo zostavenej tabuľky zistite hodnotu mediánu, modusu a aritmetického priemeru.

9. Analytická geometria I

1. Napíšte kosínusovú vetu pre trojuholník *ABC*, ak je dané $\overrightarrow{CB} = \vec{a}, \overrightarrow{CA} = \vec{b}, |\angle ACB| = \gamma$. (Pomôcka: $|\vec{s}|^2 = \vec{s}.\vec{s}$) Vyjadrite $\cos\gamma$, pre uhol γ.

2. Sú dané vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$ a $\vec{w}$ nasledujúcich vlastností:
   a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ a $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 1$, $|\vec{w}| = 1$,
   b) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ a $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 1$, $|\vec{w}| = 4$.
   Vypočítajte $\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}.\vec{w} + \vec{w}.\vec{u}$.

3. Nájdite rovnice osí uhlov priamok *a, b.*
   a) $a: y = 2x - 5;\quad b: y = -\frac{1}{2}x + 2$,
   b) $a: 3x + 4y - 5 = 0;\quad b: 5x - 12y - 2 = 0$.

4. Nájdite rovnicu priamky, ktorá je rovnobežná s priamkou $4x - 3y + 12 = 0$ a má od nej vzdialenosť
   a) $v = 3$,
   b) $v = 3m \wedge m \geq 0$

5. Nájdite súradnice bodu *C* rovnoramenného trojuholníka *ABC* s ramenom dĺžky $\sqrt{26}$, ak sú dané $A[-1;5], B[5;1]$.

6. Dané sú body $A[0;0], B[3;1], D[1;3]$. Nájdite analytické vyjadrenie množiny bodov *C*, pre ktoré je štvoruholník *ABCD* konvexný a súmerný podľa priamky *AC*.

7. Vrcholy trojuholníka majú súradnice $A[-2;6], B[-2;-1], C[10;-10]$. Určte súradnice ťažiska, stredov opísanej a vpísanej kružnice a priesečník výšok tohto trojuholníka.

8. Do pravouhlého trojuholníka s vrcholmi $A[3;0], B[0;4], C[0;0]$ je vpísaná kružnica. Určte súradnice bodu, v ktorom sa dotýka strany *AB*.

9. Dané sú body $A[3;0], B[-3;0]$. Nech bod *C* je vrcholom ľubovoľného pravouhlého trojuholníka s preponou *AB*. Vyjadrite analyticky množinu ťažísk týchto trojuholníkov.